

Le microscope des mathématiciens

Tribune du Net

Guillaume Theyssier

Laboratoire de Mathématiques (CNRS, Université de Savoie)

12 octobre 2007

Contenu de cette “tribune”

- Interactif !

Contenu de cette “tribune”

- Interactif !

- Deux parties :

- 1 les TIC du chercheur

TIC = *Technologies de l'Information et de la Communication*

Contenu de cette “tribune”

- Interactif !

- Deux parties :

- 1 les TIC du chercheur

TIC = *Technologies de l'Information et de la Communication*

- 2 ordinateur : le microscope des mathématiciens

mathématicien = *logicien-informaticien-mathématicien*

Petits rappels historiques : internet

■ Années 60 :

- communications longue distance entre ordinateurs
- USA (MIT) // ARPANET

Petits rappels historiques : internet

■ Années 60 :

- communications longue distance entre ordinateurs
- USA (MIT) // ARPANET
- en fait, en même temps en Europe (GB, France)...

Petits rappels historiques : internet

■ Années 60 :

- communications longue distance entre ordinateurs
- USA (MIT) // ARPANET
- en fait, en même temps en Europe (GB, France)...

■ Années 70 :

- le protocole IP (routage réseau)
- le protocole TCP (transport fiable)
- le courrier électronique

Petits rappels historiques : internet

■ Années 60 :

- communications longue distance entre ordinateurs
- USA (MIT) // ARPANET
- en fait, en même temps en Europe (GB, France)...

■ Années 70 :

- le protocole IP (routage réseau)
- le protocole TCP (transport fiable)
- le courrier électronique

■ Années 80 :

- ouverture de ARPANET à tous les USA (par la NSF)
- au CERN :
 - développement du réseau (premiers routeurs)
 - invention de HTTP et HTML : le web est né !

Petits rappels historiques : internet

■ Années 60 :

- communications longue distance entre ordinateurs
- USA (MIT) // ARPANET
- en fait, en même temps en Europe (GB, France)...

■ Années 70 :

- le protocole IP (routage réseau)
- le protocole TCP (transport fiable)
- le courrier électronique

■ Années 80 :

- ouverture de ARPANET à tous les USA (par la NSF)
- au CERN :
 - développement du réseau (premiers routeurs)
 - invention de HTTP et HTML : le web est né !

■ Années 90 :

- ouverture commerciale
- début du « boom internet »

Petits rappels historiques : internet

■ Années 60 :

- communications longue distance entre ordinateurs
- USA (MIT) // ARPANET
- en fait, en même temps en Europe (GB, France)...

■ Années 70 :

- le protocole IP (routage réseau)
- le protocole TCP (transport fiable)
- le courrier électronique

■ Années 80 :

- ouverture de ARPANET à tous les USA (par la NSF)
- au CERN :
 - développement du réseau (premiers routeurs)
 - invention de HTTP et HTML : le web est né !

■ Années 90 :

- **ouverture commerciale**
- début du « boom internet »

La recherche est internationale !

Où sont mes collaborateurs ?

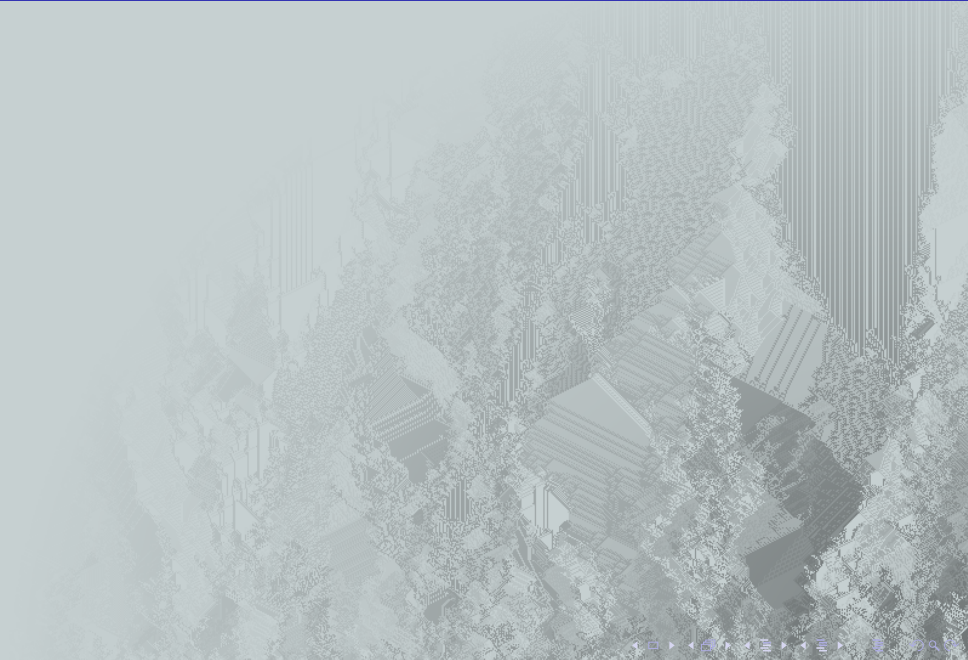


La recherche est internationale !

Où sont mes collaborateurs ?



Concrètement, que sont les TIC du chercheur ?



Concrètement, que sont les TIC du chercheur ?

- **discuter** : mail, mailing-list, newsgroup

Concrètement, que sont les TIC du chercheur ?

- **discuter** : mail, mailing-list, newsgroup
- **écrire des articles** : $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$

Concrètement, que sont les TIC du chercheur ?

- **discuter** : mail, mailing-list, newsgroup
- **écrire des articles** : $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$
- **chercher des articles** : web
- **publier des articles** : web

Concrètement, que sont les TIC du chercheur ?

- **discuter** : mail, mailing-list, newsgroup
- **écrire des articles** : $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$
- **chercher des articles** : web
- **publier des articles** : web

Démonstration...

Ordinateur : Le microscope des mathématiciens

Rappels historiques



Ordinateur : Le microscope des mathématiciens

Rappels historiques

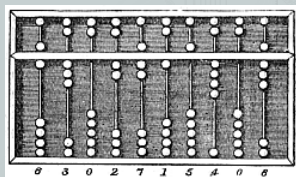
Ordinateur =
« machine à calculer programmable et universelle »

Ordinateur : Le microscope des mathématiciens

Rappels historiques

Ordinateur =

« *machine à calculer programmable et universelle* »



Les abaques (sable,
cailloux, bouliers,...)

2400 avant JC

■ **machine à calculer :**

opérations élémentaires sur
des représentations de
nombres

Ordinateur : Le microscope des mathématiciens

Rappels historiques

Ordinateur =

« *machine à calculer programmable et universelle* »



Métier à tisser Jacquard
1801

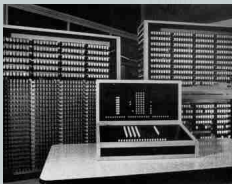
- **machine à calculer** : opérations élémentaires sur des représentations de nombres
- **programmable** : listes d'instructions et ordonnancement des opérations

Ordinateur : Le microscope des mathématiciens

Rappels historiques

Ordinateur =

« *machine à calculer programmable et universelle* »



Z3 de Konrad Zuse

1941

le 1^{er} ordinateur !

- **machine à calculer** : opérations élémentaires sur des représentations de nombres
- **programmable** : listes d'instructions et ordonnancement des opérations
- **universelle** : elle peut potentiellement réaliser tout calcul réalisable par une machine

Pourquoi l'ordinateur est taillé pour faire des maths...



Pourquoi l'ordinateur est taillé pour faire des maths...

- 1 il manipule des suites de symboles : des mots

Pourquoi l'ordinateur est taillé pour faire des maths...

1 il manipule des suites de symboles : des mots

Les mathématiciens aussi !

■ formules

■ preuves

Pourquoi l'ordinateur est taillé pour faire des maths...

1 il manipule des suites de symboles : des mots

Les mathématiciens aussi !

■ formules

■ preuves

2 il respecte scrupuleusement des règles

Pourquoi l'ordinateur est taillé pour faire des maths...

1 il manipule des suites de symboles : des mots

Les mathématiciens aussi !

- formules
- preuves

2 il respecte scrupuleusement des règles

Les mathématiciens aussi !

- règle de calcul
- déductions logiques

Pourquoi l'ordinateur est taillé pour faire des maths...

1 il manipule des suites de symboles : des mots

Les mathématiciens aussi !

- formules
- preuves

2 il respecte scrupuleusement des règles

Les mathématiciens aussi !

- règle de calcul
- déductions logiques

► **Ce qu'il ne sait pas faire** : *imagination, intuition, etc*

Ordinateur : le microscope des mathématiciens

Pour faire quoi ?

Ordinateur : le microscope des mathématiciens

Pour faire quoi ?

- **calculer** : numériquement, formellement

Ordinateur : le microscope des mathématiciens

Pour faire quoi ?

- **calculer** : numériquement, formellement
- **voir** : représentations d'objets mathématiques abstraits

Ordinateur : le microscope des mathématiciens

Pour faire quoi ?

- **calculer** : numériquement, formellement
- **voir** : représentations d'objets mathématiques abstraits
- **vérifier/chercher** : des propriétés dans un ensemble d'objets mathématiques abstraits

Calculer...

- **calcul numérique** : on manipule des nombres

Calculer...

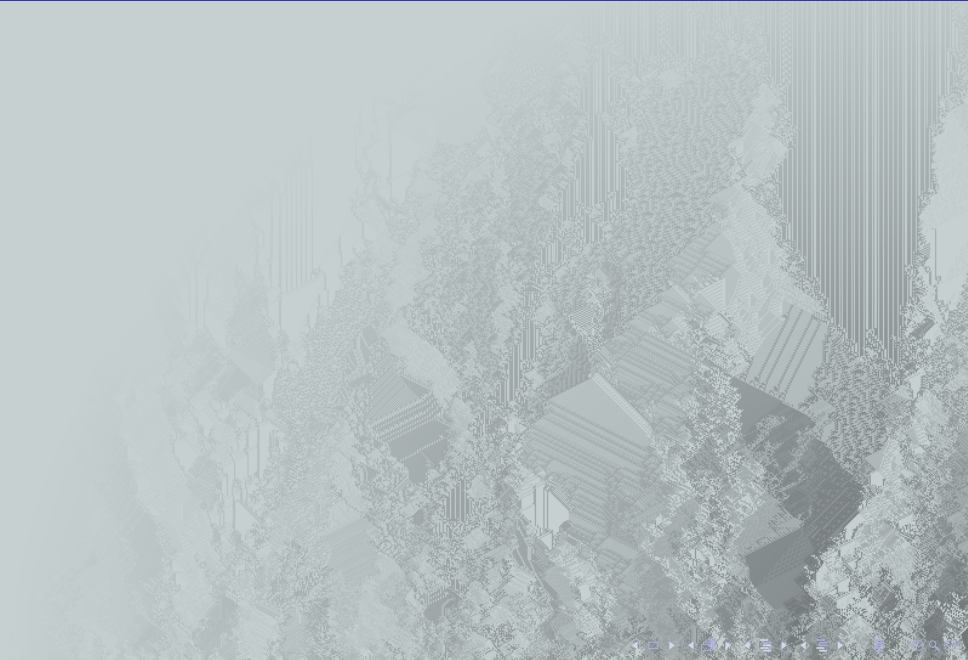
- **calcul numérique** : on manipule des **représentations de** nombres

- **calcul numérique** : on manipule des **représentations de** nombres
 - précision limitée, erreurs d'arrondis, ...
 - crash de Ariane 5 en 1996 !

- **calcul numérique** : on manipule des **représentations de** nombres
 - précision limitée, erreurs d'arrondis, ...
 - crash de Ariane 5 en 1996 !

- **calcul formel** : on manipule des expressions mathématiques
 - aujourd'hui, de nombreuses calculatrices peuvent le faire
 - très loin de remplacer un mathématicien !

Voir...



■ géométrie

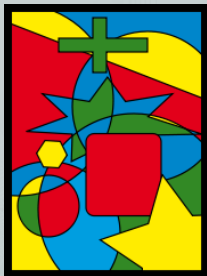
- **géométrie**

- **automates cellulaires**

Vérifier...

- Des preuves !

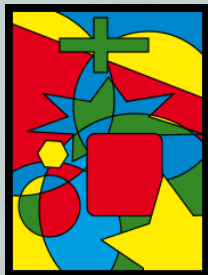
- Des preuves !



Le théorème des 4 couleurs

- conjecture en 1852

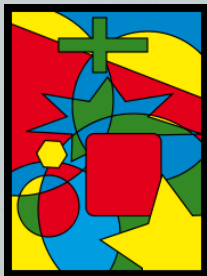
■ Des preuves !



Le théorème des 4 couleurs

- conjecture en 1852
- 1976 : prouvé grâce à l'ordinateur !
- 1500 cas particuliers à vérifier
- la preuve complète : 500 pages de mathématiques
- environ 100h de calcul

■ Des preuves !



Le théorème des 4 couleurs

- conjecture en 1852
- 1976 : prouvé grâce à l'ordinateur !
- 1500 cas particuliers à vérifier
- la preuve complète : 500 pages de mathématiques
- environ 100h de calcul

■ Outil COQ

Des monstres discrets !

Des monstres discrets !

« Le barbier est celui qui rase les gens qui ne se rasent pas eux-mêmes. Il rase tous ces gens et uniquement eux. »

Des monstres discrets !

« Le barbier est celui qui rase les gens qui ne se rasent pas eux-mêmes. Il rase tous ces gens et uniquement eux. »

Par qui est rasé le barbier ?



Des monstres discrets !

« Le barbier est celui qui rase les gens qui ne se rasent pas eux-mêmes. Il rase tous ces gens et uniquement eux. »

Par qui est rasé le barbier ?

- révolution des années 1930 :
 - K. Gödel, A. Turing, A. Church
 - limites de la calculabilité
 - cohérence des théorie mathématiques ?



Des monstres discrets !

« Le barbier est celui qui rase les gens qui ne se rasent pas eux-mêmes. Il rase tous ces gens et uniquement eux. »

Par qui est rasé le barbier ?

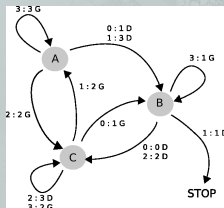


- révolution des années 1930 :
 - K. Gödel, A. Turing, A. Church
 - limites de la calculabilité
 - cohérence des théorie mathématiques ?
- conséquence : existence théorique de “monstres”

Des monstres discrets !

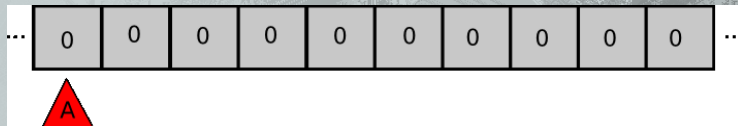
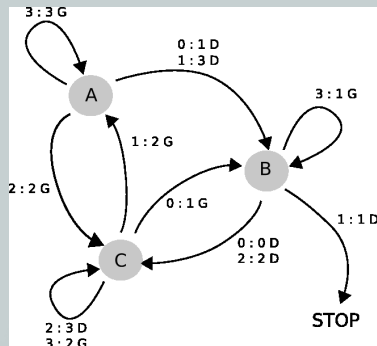
« *Le barbier est celui qui rase les gens qui ne se rasent pas eux-mêmes. Il rase tous ces gens et uniquement eux.* »

Par qui est rasé le barbier ?

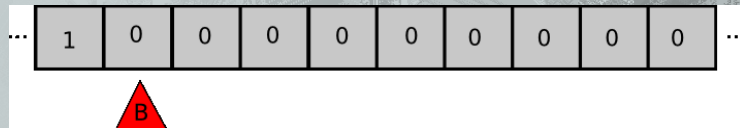
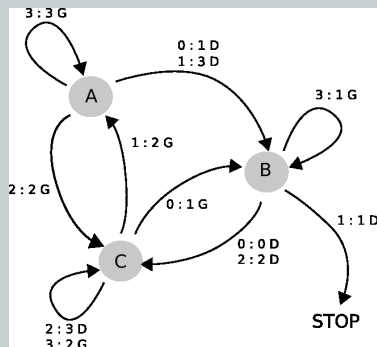


- révolution des années 1930 :
 - K. Gödel, A. Turing, A. Church
 - limites de la calculabilité
 - cohérence des théorie mathématiques ?
- conséquence : existence théorique de “monstres”
- et conséquences concrètes ?

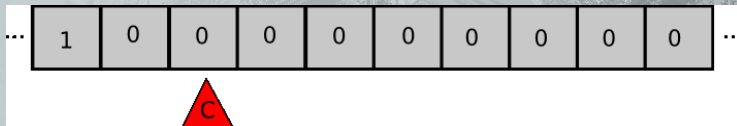
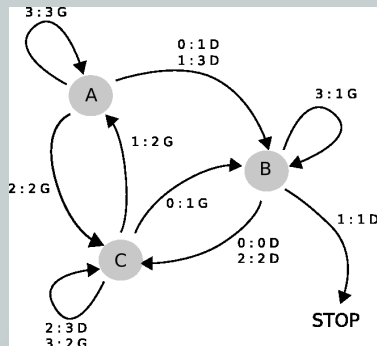
Un monstre...



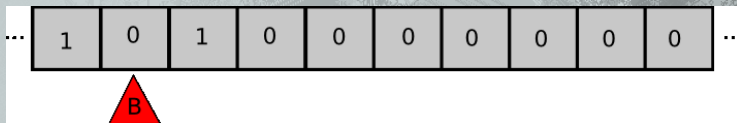
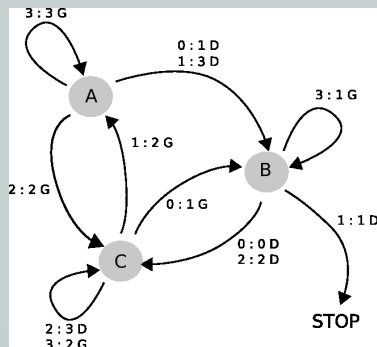
Un monstre...



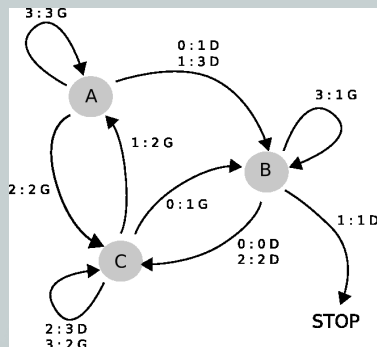
Un monstre...



Un monstre...



Un monstre...



Un monstre...

